

Решение квадратного уравнения с помощью теоремы Виета

Решение квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ с помощью теоремы Виета в случае, когда коэффициент при x^2 равен единице ($a=1$) известно каждому школьнику.

Так, найти корни квадратного уравнения $x^2 + bx + c = 0$ можно, применив теорему Виета

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

Кроме того данное квадратное уравнение можно разложить на множители

$$x^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2).$$

Пример:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 7$$

$$x_1 \cdot x_2 = 12$$

Найти корни нетрудно $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

Проверка:

$$4^2 - 7 \cdot 4 + 12 = 16 - 28 + 12 = 0$$

$$3^2 - 7 \cdot 3 + 12 = 9 - 21 + 12 = 0$$

С помощью теоремы Виета можно найти корни в случае, когда a не равно единице с помощью следующего приема:

Найдем целые корни квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Заменим уравнение на $a_1t^2 + b_1t + c_1 = 0$

$$a_1 = 1$$

$$b_1 = b$$

$$c_1 = a \cdot c$$

Получим уравнение $t^2 + b_1t + c_1 = 0$, корни которого t_1 и t_2 найдем по теореме Виета. Тогда

$$x_1 = \frac{t_1}{a}$$

$$x_2 = \frac{t_2}{a}$$

Решение квадратного уравнения с помощью теоремы Виета

Пример:

$$5x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$t^2 + 13t + 30 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -13 \\ t_1 \cdot t_2 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -10 \\ t_2 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-10}{5} = -2 \\ x_2 = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

Разложение квадратного уравнения $5x^2 + 13x + 6 = 0$ на множители

$$5\left(x + \frac{3}{5}\right)(x + 2) = (5x + 3)(x + 2)$$

Проверка:

$$5\left(-\frac{3}{5}\right)^2 - 13 \cdot \frac{3}{5} + 6 = \frac{9}{5} - \frac{39}{5} + 6 = -\frac{30}{5} + 6 = 0$$

$$5(-2)^2 - 13 \cdot 2 + 6 = 20 - 26 + 6 = 0$$